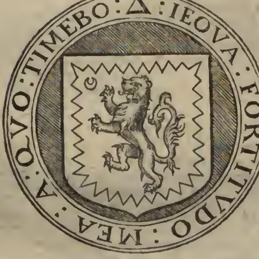
PARALLATICAE
Commentationis Praxeosq;
Nucleus quidam.

Authore Joanne Dee,
Londinensi.



LONDINI
Apud Johannem Dayum Typographum. An. 1573.

Thomas Diggseus, Beneuolo Lectori. S.

THeorema, cuius, in Procemio, mentionem feceram, à charissimo meo amico & Parente altero Mathematico, D. Io. Dee, iamdudum receperam, cùm libellus iste meus, Typographo commissus, pars quoq; illius nō modica impressa fuisset. Nucleus vero ab Authore appellatur, seu quod durissimas disrumpere plurimarum difficillimarum demonstrationum testas coactus fuisset, priusquàm ad eam tam breuem tamq; perspicuam penetrare potuisset: seu quòd aliquarum suarum vigiliarum fructum, & verè Nucleum, omnibus nudatum corticibus tuo esui, vsuiq; paratum exhibeat. Me autèm isti meo opusculo annectere, & in lucem simul emittere, varia impulère causa. Prima, ne charissimus mihi, illius Author (vir in omni doctrinarum genere celeberrimus, tùm in abditissimis Philosophiæ mysterijs admirandus) debita suæ inuentionis priuaretur laude: cùm nonnulli, fortassis, si posteà ederetur, suspicari possint, à meis Methodis deriuatum fuisse. Fateor equidem, adeò latè mea sese extendere fundamina, vt tùm istiusmodi, tùm plurimi etiam alij nuclei (Astronomorum vsui inprimis necessarij) indè excerpi possent: quemadmodum Corellarium illud secūdum, Problematis vndecimi: quòd equidèm, licet manifestè videatur ex ipso vndecimo Problemate, & Regiomontani propositione ibidem citata, pendere, tamen mihi in mentem non venerat, priusquàm cum eo, de eiusmodi sinuū proportionibus contulissem. Illud igitur, illius, non meū esse: & Theorema istud, ex proprijs illius, non meis, enucleatum fuisse corticibus, certum est. Alia quoq; causa fuit, non admodùm inefficaxi scilicet, vt posteris memoria nostra animorum coniunctionis & consuetudinis, diuturna maneat: qua quidem, nihil mihi in vita contigit mellitius. Postrema, vt harum scientiarū candidati (quibus non datum est proprijs viribus abdita difficiliaq; eruere Problemata) poterint nihilominùs, hinc edocti, ex nostris exhaurire fontibus: & exantlare quæ sibi vsui forent. Vt, quemadmodùm non vnico cursu, vasto in oceano, feruntur nauigia: neq; omnibus eadem palatis placeant obsonia: sic etiam diuersa & varia studiosorum ingenia, eisdem non perindè Methodis contenta, diuersas etiàm & varias sibi propositas habeant procedendi semitas: Vt quæ sibi magis arrideant, in vsum adhibeant: & securo tandèm transacto cursu, ad veritatis trāquillum possint pertingere portum.

Optimarum veritatis Artium verè studiosis, IOANNES DEE, LONDINENSIS, S. D. P.

NOn me latet, varias esse vias, ad Parallaxes rerũ in Sublimi apparentium intelligẽdas: verùm, paucissimas esse certum est (quales nos excogitauimus aliquot) quæ vel solo intuitu, vel absq; aliquo Logistices auxilio, nobis exactè veritatem referre queant. Neque habent Mathematici omnes, eam, quã habuit Ptolemæus, loci opportunitatem (circa maximam Lunæ latitudinẽ eliciendam) vt verticibus, penè, Phænomena semper immineant. Maxima igitur Parallaticarum obseruationũ nostrarum parte, vel duas diuersorum supra nostrum horizontẽ locorum, recipimus simul vnitas Parallaxes: & deinde, ratiocinando, separamus artificiosè: Vel ex duarum diuersarum Parallaxium (arte aliqua) eruta differentia: ad integras separatim cognoscendas, Mathematicè nosmet accingimus. Istas duas vias (aliasq; aliquot) diligenter, ingeniosèq; (suo quidem & proprio modo) nuperrimè tractauit, charissimus mihi Iuuenis, Mathematicusq; meus dignissimus hæres, Thomas Diggseus. At ex isto nostro Theoremate tertio, ne hilum quidem recepit auxilij. Cum ante vltimam diem, Februarij præteriti, prorsus illi incognitum & inauditum erat. Licet antea quidem, tùm sua sponte, tum à me accersitus, aliquoties mihi adfuisset: dum de toto hoc nostro (veritatis eliciendæ amore, suscepto) dissereremus negotio: & de optimis obseruandi modis nouas inire statueremus rationes. Regiomontani enim Methodum, statim deprehendit, huic præsenti instituto nostro, haud satis fideliter inseruire potuisse. Méque enixissimè hortatus est, accuratius, quàm nostri fecerint maiores, de istis meditari: dum interim ipse de eisdem, suas seorsim consuleret Musas. Vnde prædicta

dicta Februarij die, humaniter me & perofficiose inuisens, suas ostendit, quas (interim) de Parallaxibus elaborauit demonstrationes : quas etiam ad prælum Typographicum, propè, paratas habebat : adiecitq;, editionis suæ haud minimam esse causam, vt ea me liberaret (huiusmodi scribendi) molestia : illáque præmitteret, quæ, pressiùs à me scriptis (de illis, similibúsue rebus) lucem aliquam, hac sua adferrent industria : & quò plures, interea, instruerentur, redderenturq; testes, maiori fide digni : cùm & ipsi, doctioribus & Mathematicis oculis, istud artificiosè obseruare docerentur, quod cœlo adhuc fulget, rarissimum Spectaculum. Quod eius institutum, tum illi honorificum (ex Mathematici sui ingenij, tàm illustri edito acuminis specimine) tùm mihi gratum (ob tàm propensam eius erga me hanc animi beneuolentiam) tùm studiosis optabile (ex tot, tàm opportunè, tàmq; expeditè, publicatis Philosophiæ cœlestis documentis) non potui, non approbare, laudare, amare, veritatisq; inuestigatoribus, faustum & fœlix fore, tùm optare, tùm sperare. Et ne ipse, laudator solùm, videri possim, laborum, quos nobis communicant alij: & nō æquè facilis meorum aliquot erogator Inuentorum, quæ multùm, hac tempestate, ad mirabilis veritatis agnitionem, & illustrationem facere queant: Nostro proinde diutius inclusa ergastulo (vbi nuper nata sunt) hæc nolui detinere Theoremata : sed ex quodam nostro (nondum absoluto) selecta libro, actûtum potius, in publicum emittere : vt fructum haud parum Mathematicis reportent, donec alia nostra (in hoc Philosophandi genere) scripta, tempore sunt proditura oportuno. Quod & eò lubentius feci, quùm ad manus Illustrissimi illius Heroïs, hunc nostrum libellum, statim peruenturum intellexissem, cui Primus aperui, huius in cœlo fulgentis Ostenti, annotauiq, admirabilitatem. Cui etiam, iure meritissimo, illos nostros quantoscunq; in hoc Portento considerando, examinandoq; labores exantlatos, iustóq; aliquando

A.iij. volumine

volumine explicatos, dicari debere, agnosco: tùm propter multa, magnaq; erga me eiusdem merita (quæ in hominē ingratum, immemoremuè contulisse, haud videbitur) tùm ob maiores alias, iustissimasq; causas. Quoniam denique res Parallaticæ (vt suprà dixi) maxima ex parte, ad hunc scopum reduci solent, vt vel compositæ, separentur, in suas partes: vel Parallaxium data differentia, vtrasq; reddat notas: Quantùm (præter plurimos eiusdem alios vsus) in vtramq; istius Parallatici negotij partem, hoc nostrum valeat Theorema tertium, prestetq; subsidij, omnes facillimè intelligant. Vnde, cùm circa hoc Theorema breuissimum, tam frequens versetur, Parallaxium discursus: præmittantur verò, quæ & laboris & difficultatis habeant nōnihil (tùm ex obseruationibus cautissimis, tùm ex ratiocinationibus Mathematicis) quibus superatis, tanquam Nucis fractis testis, ad Nucleum fructuosum, finemq; laborum iam peruenimus: in ipsius videlicet Theorematis nostri, debita applicatione: vel ad Parallaxium compositarum separationem: vel ex differentia data, ad datas quoquè ipsas reddendas Parallaxes: Igitur, Nuclei cuiusdam instar, hunc haud absurdè censeri posse libellum, satis iam ostendimus euidenter. Eodem itaque vtamini fruaminiq;, Amici mei, veritatisq; scrutatores industrij.

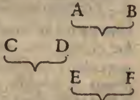
Mortlacensibus nostris annuentibus Musis. Martij. 5. An. 1573.

Parallaticus Nucleus.

Theorema. I.

Inter duas quaſcunq; , eaſdem omnino, & homogeneas magnitudines, vna ſolum exiſtit ratio.

QVamquam cõmuni omnium ferè hominum iudicio, hoc ſic ſe habere iudicetur: tamen, vt vel quibuſdã clarius illuſtrare hanc veram ſententiam : vel alijs, contra eandẽ cauillandi, occaſionẽ omnẽ præripere poſsimus: nõ inutile cenſeri debet, ſi exemplari quadã demonſtratione, rem tùm clariorẽ, tùm firmiorẽ aliquo reddamus modo. Breuiuſculas iſtas primùm conſideremus deſcriptiones. Eaſdem dicimus magnitudines, quarũ quantitates nihil vel augentur, vel imminuuntur. Homogeneas eſſe magnitudines definimus, nomine eſſentiaq; ſimiles. Veluti lineas lineis: ſuperficies ſuperficiebus: corpora corporibus. Sint igitur duæ magnitudines, omnino eædem, & homogeneæ, C & D : dico rationem vnam ſolùm eſſe, ipſius C, ad D. Si verò nobis quis aduerſari velit, & exhibere A ad B, in eadem ratione, quæ eſt ipſius C ad D : Præterea & E ad F, in eadem ratione, quæ eſt noſtræ C, ad D : & aſſerere denique, non eandem eſſe rationem, ipſius A ad B & illius E ad F : Nos contrà quidem (artis præſidiis validiſſimis adiuti) dimicabimus. Ex definitione enim : Ratio, eſt duarum magnitudinum, homogenearum, illa quæ eſt ſecundum earum quantitatẽ, habitudo : reſpectus mutuus, ſiue χέσις : vt Græci Mathematici loquuntur. Sed, ex hypotheſi, no-



strarũ duarũ magnitudinũ, C, & D, homogenearũ, eædem manent, quantitates, nullo scilicet, vel auctæ, vel imminutæ modo: quare, alia, aliaq;, non erit illarum quantitatum mutuò comparatarum, resultans habitudo: sed vna, eademq;. Proinde

etiam, cùm secundum comparationem quantitatis C, ad quantitatem D, resultans habitudo, inueniatur eadem in A, cum B, collata: (iuxta aduersarium) Similiter secundum comparationem quantitatis C, ad quantitatẽ D, resultans habitudo, inueniatur eadem, ex quantitate E, ad F, comparata: (vt aduersarius ipse concedit). Necessariò & illa quæ inter A & B deprehenditur, est eadem omnino habitudo, illi, quæ inuenitur inter E & F: nullo modo, diuersa. Inter duas *igitur* quascunq; easdem omnino, & homõgeneas magnitudines, vna solùm existit ratio: *Quod sic vel illustrasse, vel demonstrasse oportuit.*

Aliter.

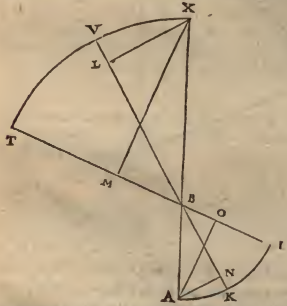
Præterea: si quis nostrum hoc Theorema, vel suspectũ habere vellet, vel labefactare conaretur: pari ratione, & vndecimam quinti Elementorum Euclidis, vel in dubium vocare, vel tanquã falsam euertere, moliatur: Quæ hæc est, Quæ eidem rationi, sunt eædem rationes, ad inuicem sunt eædem. *Ecthesis verò, & Diorismus eiusdem propositionis, sic se habent, verbatim. Sint enim, sicut A ad B, sic C ad D: sicut verò C, ad D, sic E ad F: Dico, quòd est sicut A ad B, sic E ad F. Sic quidem Euclides: Caueat igitur quicunq; noster aduersarius: & veritatis studiosus, ipsi interim Euclidis Theonísue adhæreat demonstrationi.*

Theorema.

Theorema. 2.

Omnium duorũ, eiusdem circuli arcuũ, ſinus recti, eandem inter ſe rationem habent: quam aliorum duorum, hijs ſimilium, arcuum, ſinus recti, inter ſe habent: ſiue in æquali, ſiue maiori, ſiue minori, acceptorum circulo.

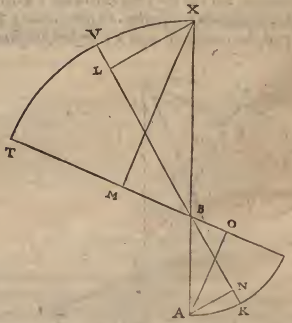
Sint duo arcus, X T, & X V, eiuſdem circuli: veluti, ab B X, ſemidiametro, deſcripti. Et ipſius arcus X T, ſit recta X M, ſinus rectus: & arcus X V, habeat ſinũ ſuum



rectũ, rectam X L. Iam verò, arcui X T, ſit ſimilis, alius arcus, A I. Et arcui X V, ſit ſimilis A K. Deſcriptis vtriſq; à ſemidiametro B A. Et ſinus rectus, arcus noſtri A I, ſit recta A O: atque arcus A K, habeat A N, pro ſinu ſuo recto.

 Dico

Dico X M ad X L, eandē habere rationē, quā A O, ad A N. Cùm enim, ex hypothesi, arcus X T, & A I, sint Similes arcus: per Similiū arcuū definitionē, angulus X B T, æqualis est angulo A B I. Sed & notissimum est, angulum X B M, æqualem, immò eundem esse, angulo X B T: & similiter angulum A B O, æqualem, eundémue esse, angulo A B I. Et anguli ad puncta M, & O, sunt recti: per constructionis hypothesim. Quare, per 32. primi, Elementorum, & reliquus angulus M X B, (in triangulo B M X) æqualis est reliquo O A B, in triangulo B O A. æquianguli igitur sunt trianguli, B M X, & B O A. Vndè latera B X, & B A, sunt omologa: (nimirū ipsæ semidiametri nostrorum circulorum.) Et X M, & A O (videlicet sinus recti) omologa erunt. Et B M, & B O (sinus secundi) etiam omologa.



omologa. Eritq́, vt B X ad X M, sic B A, ad A O. Vnde & permutatim (per decimam sextam Euclidis) vt B X, ad B A: sic X M, ad A O. Simili argumento conuincemus, vt B X se habet ad B A, sic X L, se habere ad A N: ex triangulis B L X, & B N A, æquiangulis. Cùm igitur, tùm X M ad A O: & X L, ad A N, eandem rationē inter se habent, quam B X, ad B A: per præmissam, & vndecimā quinti, Elementorū Euclidis, eadem est ratio inter X M, & A O, quæ est inter X L, & A N. Quamobrem & permutatim (per decimam sextam quinti Elementorum Euclidis) vt X M ad X L, sic & A O ad AN. Sed per Constructionem, X M, & X L, sunt sinus recti, X T, & X V, arcuum: similiter & A O, & A N, rectæ, sinus sunt recti, A I & A K arcuum, illis similium. (Siue autem B A, maior sit quàm B X, vel minor, vel illi æqualis, idem erit demonstrationis ordo, & eadem veritas.) Igitur Omnium duorum, eiusdē Circuli arcuum, sinus recti, eandem inter se rationē habent, quam aliorum duorum, hijs similium, arcuum, sinus recti, inter se habent: siue in æquali, siue maiori, siue minori acceptorum circulo. *Quod demonstrasse oportuit.*

Porisma. 1.

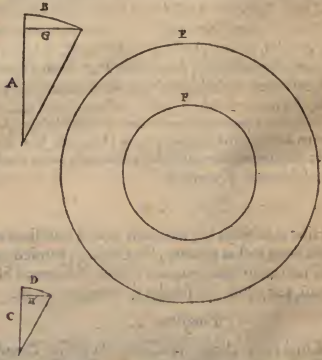
Hinc manifestū fit, omnium duorū Similium arcuum sinus rectos primos, secundosq́;, eandem inter se rationem habere, quam ipsæ semidiametri circulorū, ex quibus ipsi similes desumuntur arcus.

Porisma. 2.

Æquè etiam clarum, reddi potest ex istis: Omniū similium arcuum, eam inter se rationem esse, quæ est semidiametrorum respondentium, siue sinuum suorum rectorū primorum, secundorumúe, inter se.

Nam, per Archimedis demonstrata, Omnium Circulorum circumferentias, ad suas semidiametros, vnicam eandemq; habere rationem, demonstrari potest: rationalem illam quidem vel irrationalem: (vt vulgari Logistarum vtamur phrasi) quare & permutatim, vt Circumferentia ad circumferentiam, sic semidiameter ad semidiametrū.

Sint ergo duæ semidiametri, A & C: circumferentiæ autem circulorum, ab illis descriptorum, sint E, & F: E quidem, ab A: & F, à C. Sit etiam B, arcus, ex E, desump-



tus: & D arcus, illi similis, ex F, receptus. Sit etiam ipsius B arcus, sinus rectus, G recta linea: & arcus alterius, huic similis, nimirùm D, sit H recta, sinus rectus. Cùm verò, B, ad

ad E, eandem habet rationem, quam D, ad F: (quia B & D sunt arcus similes, ex hypothesi) Ergo permutatim, B, ad D, eandem habet rationem quam E ad F. Sed quam habet E ad F, eandem habet A ad C (vt demonstrauimus:) per vndecimam, igitur, quinti Euclidis, eadem erit ratio B ad D (similium arcuum inter se) quæ est A, ad C: semidiametrorum scilicet, inter se. Sicq; prima Quæsiti pars constat. Per Porisma præcedens, G, sinus rectus ipsius B, ad H, sinum rectum ipsius D, est sicut A ad C. Similiq; ratione se habet sinus rectus secundus, ipsius B, ad sinum rectum secundum, ipsius D, per idem Porisma. Sed per priorem iam demonstratam partem, vt A ad C, sic B ad D: ergo per vndecimam quinti Elementorum, vt G ad H, siue sinus secundus ipsius B, ad sinum secundum ipsius D, sic B ad D. Omnium proinde similium arcuum, eadem est inter se ratio, quæ semidiametrorũ respondentiũ, siue sinuum suorũ rectorũ primorum, vel secundorum, inter se. *Quod demonstrasse oportuit.*

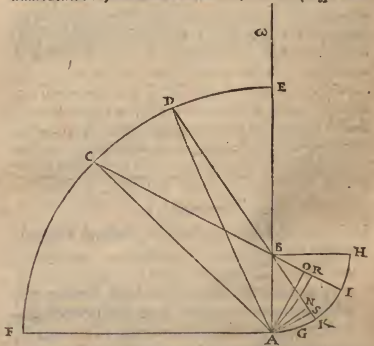
Theorema. 3.

In duabus quibuscunq; diuersis, eiusdem Stellæ similisue Phænomeni, Parallaxibus (modò interea, diurno Totius solùm ferri concipiatur motu) eadem ratio erit, sinus recti, maioris Parallaxeos, ad sinum rectum minoris: quæ est sinus recti, maioris a vertice distantiæ apparentis, ad minoris distantiæ apparentis, sinum rectum.

SIt Terræ Physicæ centrũ, A. Spectatoris oculus, B. Ducatur inter A & B, recta linea A B. Quæ in continuum & directum, versus partes B, extendatur. In qua accipiatur punctum ω, pro illo quod dicitur Zenith nostrum cœleste. Tũ centro B, & interuallo B A, describatur quarta circuli pars: cuius circumferentia notetur literis A G H.

 Ducta iã

Ductaq́; sit recta B H, angulum cum A B linea, cōprehendens rectum. Sit verò Phænomenū aliquod, quod in Sublimi spectatur: & in duobus diuersis locis, vt in C quidem, longiori a vertice distantia Apparente: & in D, spacio Apparente verticali minori: ita vt per nullum interea, præter Totius motum, agitari ipsum admittamus Phænomenum. Centro A, interuallo autem A C, vel A D (in sphæra,

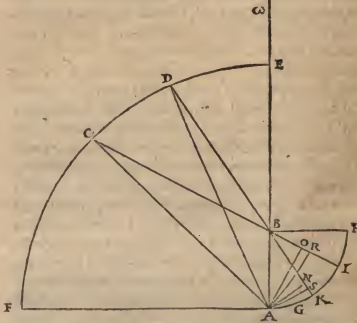


terreno orbi concentrica: ex solius diurni motus hypothesi) describatur circuli portio F C D E: lineam A ω, sua secans circumferentia, in puncto E. Ita quòd puncta A, B, E, in vna eademq́; statuantur recta linea: in illa scilicet, quæ recta extenditur ab A, ad illud punctum ω: quod Zenith vulgariter appellatur: quod & semper (ad perpendiculum) spectantis imminet vertici: Polusq́; Horizontis à nonnul-

lis

lis vocatur. Ad A,& B,ducātur recta C A,C B: & D A, D B. Verùm C B,& D B, vltra B, procurrant: donec in circumferentiam A G H,alicubi incidant: vbi verò incidunt, sint I, K puncta. Sintq; C B I, D B K lineæ rectæ. Præterea centro C, & interuallo C A,portio circuli describatūr.Cuius circūferentia, occurrat C B I rectæ,in puncto R. Similiter centro D, & intercapedine D A, alia circuli portio describatur: cuius circumferentia,lineæ D B K,obuia sit in puncto S. Iam verò, à puncto A (per duodecimam primi Euclidis) ducantur perpendiculares: A O, super B I: & A N, super B K. Notissimum est, quòd C B E, sit angulus maioris distantiæ verticalis Apparentis: & D B E, minoris. Similiter, quòd Veræ distantiæ à vertice, angulus sit C A E, maioris: & D A E, minoris. Cùm verò illa quæ est Veræ & Aspectabilis, à vertice, distantiæ, angulorum differentia, Aspectus dicitur diuersitas: siue (Græco nomine) Parallaxis: eandem hîc contineri constat, in C quidem, à lineis A C,& B C, in puncto C, concurrentibus: & in D, à lineis A D,& B D, in puncto D, sese intersecantibus. Et horū angulorū Parallaticorū, ad C,& D (tanq̄ centra) ita constitutorū, siue arcuū A R & A S (angulos ad C,& D, respicientium) Sinus rectos esse, rectas ipsas A O,& A N, (tùm per constructionē, tùm per vigesimā propositionē primi libri Ioannis Regiomontani de Triangulis) manifestū est: Nimirùm A O, quidē (in triangulo C A O, rectangulo) ipsius A C O, anguli Parallaxeos, sinum rectum esse: Et A N (in trigono rectangulo D A N) ipsius anguli Parallaxeos A D N, esse sinum rectū. DICO *igitur rationē ipsius A O, ad A N, eandem esse, quæ est sinus recti maioris Apparentis distantiæ verticalis (scilicet ipso Phænomeno in C, posito) ad sinum minoris distantiæ verticalis Apparentis: dum Phænomenum est in D. Nam & in trigono*

A B O, constare potest (per constructionem, & dictam vigesimam, Regiomontani de Triangulis) ◡A O, rectam, sinum rectum, esse arcus A I: siuè anguli A B O, cui (per 15. primi Elementorũ) æqualis est contrapositus, C B E: Apparentis nimirùm maioris distantiæ verticalis, angulus. Quare arcus illius distantiæ verticalis maioris, similis erit arcui A I: per conuersionem definitionis, Similium ar-



cuum. Et ◡A N (simili argumento) sinum rectum esse, certum est, ipsius ◡A K arcus: siue A B N, anguli: huicq́ contrapositum, esse æqualem: nimirum D B E: angulum minoris distantiæ apparentis a vertice. Quarè, per conuersionẽ definitionis Similium arcuum, & illa distantia verticalis, arcum habet, similem ipsi A K arcui. Itaque (per præmissam) quam rationem habet Sinus rectus arcus apparentis

parentis maioris distantiæ verticalis, ad sinum rectũ istius arcus, minoris verticalis distantiæ Apparentis : eandem habebit AO (sinus rectus, AI arcus) ad AN, sinum rectum, AK arcus. Sed & superius ostendimus, eandem omnino lineam AO, sinum rectum esse maioris nostræ Parallaxeos, ad C procreatæ : & eandem lineam AN, sinum rectum esse, minoris nostræ Parallaxeos, ad D prouenientis: Quare (per primum Theorema nostrum, & vndecimam quinti Elementorum) Eandem omnino habebit rationem, sinus rectus Parallaxeos maioris, ad sinum rectum Parallaxeos minoris, quam habet sinus rectus maioris distantiæ verticalis Apparentis, ad sinum rectũ minoris Apparentis distantiæ. Proinde, In duabus quibuscunq; diuersis, eiusdem Stellæ, similisue Phænomeni Parallaxibus (modò interea diurno Totius solùm ferri concipiatur motu) eadem ratio erit sinus recti maioris Parallaxeos, ad sinum rectum minoris, quæ est sinus recti maioris a vertice distantiæ Apparentis, ad minoris distantiæ Apparentis, sinum rectum. *Quod demonstrasse oportuit.*

Admonitio.

Prudens Mathematicus facillimè aduertet, demonstrationis nostræ nihil impediri cursum: siue Phænomenum nos videre contingat, in eodem Circulo verticali, diuersas istas distantias à vertice Apparentes habere: (sicq; & Sectores vtrosq;, ACR, & ADS: & Sectores ABI, & ABK, in eodem contineri plano cõtinget:) Siue in duobus diuersis Circulis verticalibus: & tunc hæc quidem in vno plano, semper erunt: Sector ACR, & Sector ABI; & linea ABE. Sed in alio plano, Sector ADS, & ABK Sector, & linea recta ABE. Ita quòd ABE, in omnibus erit planis, per Zenith nostrum transeuntibus.

Porisma. 1.

Hinc manifestum redditur: Si duarum verticalium Apparentium distãtiarum alicuius Phænomeni

(ita,vt ſuppoſuimus, delati) cognoſcantur arcus, & ſinuum rationem quoq; rectorum inter ſe, ipſarum Parallaxium, in illis diuerſis diſtantijs prouenientium, vnà fieri cognitam.

Erit enim eadem (per præmiſſam) quæ eſt ſinuum illorum rectorum, qui ſunt ipſarum diſtantiarum Apparentium proprij.

Poriſma. 2.

Clarum etiam hinc fit. Si binæ ſupradictæ Parallaxes componantur, denturq; tanquam vna: cognitis tamen Apparentium diſtantiarum arcubus (ſingulis Parallaxibus ſeorſim debitis) facillimè ipſas particulares diſiungi poſſe Parallaxes.

Hoc autem demonſtrari poteſt, auxiliante Ptolemæi Lemmatio ſecundo: quod in eiuſdem Epitome, Purbachius & Regiomontanus, in duodecimam primi libri propoſitionem traduxerunt. Quam, etiam, Regiomontanus, in ſuo de Triangulis libro quarto, hiſce habet verbis.

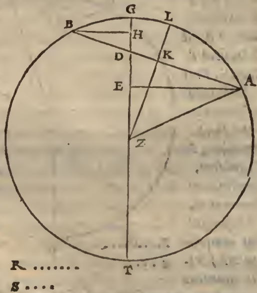
Propoſ. xxj.

Si quis arcus notus, minor ſemicircumferentia, in duos diuidatur, quorum ſinus proportionem habeant datam, vterque eorum notus erit.

Sed, ne, vel Typographi negligentia, vel Autographi nondũ abſoluti, immatura editio, aliquam ſtudioſis parere poſſit moleſtiam: dum ipſas vigeſimam primam, & vigeſimam ſecundã Propoſitiones Regiomontani (propter hæc noſtra) intelligere vel exercere vellent, rem illis me gratam facturum exiſtimaui, ſi debito nitori, & iuxta ipſius Authoris inſtitutum, eaſdem hic ſubiungerem reſtitutas.

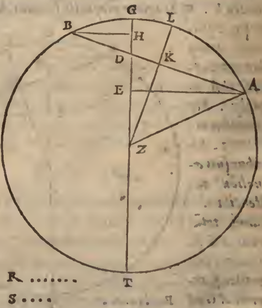
Sit arcus A G B datus, minor ſemicircumferentia: diuiſus

uisus in duos arcus A G,& G B.Sitq́; proportio sinus arcus A G,ad sinum arcus G B,data. Dico quod vterq; arcuum partialium A G,& G B,datus habetur.Subtendatur enim arcui A G B,Chorda sua,A B. Ducaturq; per punctum G, & centrum circuli, Z, diameter circuli: secans Chordam A B, in puncto D. Ex punctis autem A,& B (arcum A B terminantibus) duæ rectæ descendant,perpendiculares ad diametrum: quæ sint A E & B H. Quarũ vtramq; constat esse sinum rectum arcus sibi conterminalis. A E quidem, arcus A G: & B H,arcus B G. Educatur etiam semidiameter Z L: orthogonaliter secans chordam A B,in puncto K. ¶ Si igitur proportio sinuum data,fuerit proportio æqualitatis, erunt duo arcus A-G,& G B, æquales. Per communem scientiã. Sinubus suis æqualibus existentibus. Cumq́; totus arcus A G B, sit notus, erit & vterq́; arcuum A G,et G B, notus: ex 14.primi



huius. ¶ Si verò proportio dictorum sinuum, non fuerit proportio æqualitatis, erit alter eorum, altero maior. Sit itaque A E, maior sinu B H; vndè & arcus A G, maior

erit arcu G B. Cùm autem proportio A E ad B H, sit nota, oportet eam in terminis notis reperiri: per definitionem proportionis datæ. Et ideo, per quintam primi huius, in numeris notis: qui sint, R, & S. R quidem, maior: & S, minor. Ita, vt sit proportio sinus A E, ad sinum B H, sicut R ad S. Cùm autē duo trianguli A E D, & B H D rectanguli, duos angulos apud contrapositos, & (per 32. primi Elementorum) duos reliquos habeant æquales, erunt ipsi æquianguli. Et ideo, per 4. sexti, proportio A E, ad B H, sicut A D, ad D B: Proportio autem A E, ad B H, erat tanquam numeri R, ad numerum S: quare & proportio A D, ad D B, est veluti R ad S. Et cōiunctim, A B, ad B D, sicut R S, ad S. Tres autē harum quātitatum, notæ sunt. Primùm, R S, quidem, propter duos numeros R, & S (ex quibus compositus est) notos: numerus



autem S, ex eis quæ supradicta sunt, notus est. Chorda denique A B, nota est, propter arcum A G B, notum: intercedente tabula Sinuum, aut chordarum. Quarta igitur, scilicet linea B D, nota veniet: per 19. primi huius. Est autem

tem B K, nota (medietas chordæ A B) per tertiam tertij: deducta igitur B D, ex B K, reliqua D K, nota erit. Educta insuper semidiametro Z A, erit triangulus Z A K rectangulus: cuius duo latera Z A, & A K, nota sunt: vnde & per 26. primi huius linea Z K, nota prodibit. Triangulus itaque Z D K, rectangulus, duo latera, Z K, & D K, habens cognita, angulum D Z K, cognitum afferet, per 27 primi huius. Qui quidem ad quatuor rectos, eam habet proportionem, quam arcus G L, ad totam Circumferentiam: quemadmodum ex vltima sexti trahitur. Arcus igitur G L notus habebitur. Quem si arcui A L (dimidio scilicet arcus A G B) addideris: resultabit arcus A G notus. Ipse demum, ex eodem arcu dimidio, siue ex arcu B L, ablatus, relinquet arcum G B, cognitum. Vterq; igitur arcuum partialium notus habebitur. Quod pollicebatur nostrum Theorema. ¶ Possumus autem & ea quæ demonstrauimus, applicare ad arcum semicircumferentia maiorē. Vt si arcus A T B, notus, diuidatur in duos arcus A T, & T B: quorum sinus, proportionē habeant notam. Dum tamen vterq; arcuū partialium, fuerit minor semicircumferentia. Sic enim necesse est diametrum circuli, per punctum T transeuntem, quæ sit T G, secare chordam A B, arcus A T B: Quæ & arcui A G B, communis. Vnde & secabit arcum A G B, minorem semicircumferentia: & distinguet ex eo, duos particulares arcus, scilicet A G, & G B: quorū sinus, proportionē habebunt datam. Quoniam, & huiusmodi sinus, communes sunt duobus arcubus A T, & T B. Vtrumq; igitur arcuum A G, & G B, ex supradictis cognitum, subtrahemus a semicircumferentia, & relinquetur socius suus arcus: videlicet in sinu secum participans. ¶ Quod si arcus A G B fuerit semicircumferentia: & diuidatur in duos arcus A G, & G B (vt contingit) tametsi

fuerit data proportio, sinus illius, ad sinum istius (quam oportet esse proportionem æqualitatis, per communem scientiam) non tamen alter eorum necessario dabitur. Infinitis enim modis, potest diuidi arcus ille, qui est semicircumferentia, proportione sinuum (quos habent arcus particulares) non mutata. ¶ *Operatione hoc pacto perficies.*

Præceptum. 1. *Si proportio sinuum data, fuerit æqualitatis: arcum datum, dimidiabis; & habebis duos particulares arcus cognitos.*

2. ¶ *Si verò fuerit inæqualitatis: duos terminos eius, congregabis: collectumq; pro primo statuas numero. Minorem autem terminum proportionis datæ, pro secundo: & numerum chordæ, arcus dati, pro tertio. Multiplica igitur secundum per tertium, & productum diuide per primum, quodq; exibit, a dimidia chorda arcus dati, auferas: & residuum custodias. Deinde, semidiametro circuli, in se multiplicata, aufer quadratum dimidiæ chordæ arcus dati: Quod autem relinquetur, quadrato eius quod custodiri præcepimus, coniunge. Et collecti radicem elice quadratam. Custoditũ denique, per sinum totum extende: & productum in radicem elicitam, distribuas: exibit enim sinus differentiæ, quæ est inter dimidium arcum datum, & vtrumq; arcuum quæsitorum: Quam ex tabula sinus inuentam, minue ex dimidio arcu dato, & relinquetur arcus minor quæsitus: aut eidem adde, vt resultet arcus maior.*

Exemplum. ¶ *In exemplo: Ponatur arcus A G B 40. graduum. Et proportio sinus, arcus A G, maioris, ad sinũ arcus G B, minoris: sicut 7. ad 4. colligo 7. & 4. fiunt 11, pro primo numero. 4. autem, accipiam pro secundo, & 41042 (scilicet chordam arcus dati) pro tertio: Multiplico 41042. per 4. producuntur 164168. Quæ diuido per 11; exeunt 14924. [& $\frac{4}{11}$: quam particulam, hic curiosius tractare non est necesse] lineã videlicet D B: quam subtrahe a medietate chordæ*

[videlicet

[videlicet B K] remanebit 5597. ferè: custodienda, pro linea D K. Item semidiameter [Z A] siue Sinus totus [ex eisdem tabulis] 60000. qua duco in se, producuntur 3600000000. a quo aufero quadratum dimidiæ chordæ [nimirum A K] quod est 421111441, manebunt [pro quadrato lineæ Z K] 3178888559. Hoc addo quadrato lineæ D K (scilicet 31326409) resultant 3210214968. Huius radix quadrata, est, ferè 56659 [linea D Z] quam seruo. Deinde (per 27 primi huius) multiplico numerum lineæ D K, per sinum totum, producuntur 335820000: quæ diuido per radicem seruatam [56659 nimirum lineam D Z] exeunt 5927, ipse sinus, arcus nostri G L. Huius (in eisdem tabulis) arcus est, graduum 5. scrupulorū primorum 40 [secundorum 10.] quem deme ex dimidio arcu dato, scilicet gradibus 20, manent gradus 14. scrupula prima 19. [secundo 50.] arcus scilicet minor, G B. Item eidem [dimidio arcui dato] ipsam [G L, arcum] addo, veniunt gradus 25. scrupula prima 40. [secunda 10.] & sic reliquus habebitur arcus A G.

Porisma. 3.

Si duarum prædictarum Parallaxium differentia solùm sit data, cognitáue, & duarum distantiarum à vertice Apparentium arcus, etiam cogniti: Parallaxes hîc singulas posse exhiberi integras, distinctásque, illarum distantiarum proprias, satis est manifestum.

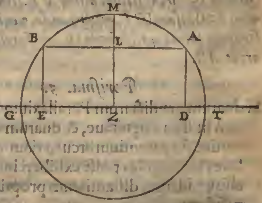
Propositio Regiomontani 22. eiusq; demonstratio & operatio, huius & veritatem & praxim, commonstrare potest: quam hîc adiungere, è re studiosorum fore arbitratus sum.

Propos. xxij.

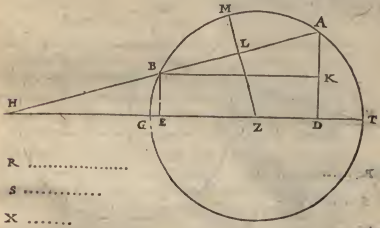
Si data fuerit differentia duorum arcuum cum pro-

portione sinuum suorum; vterque eorum cognitus habebitur.

Duo arcus A G, & G B, conterminales intelligantur: minorq́ qui est G B, pars maioris, A G. Quorũ differentia, sit data: arcus videlicet A B. Eorumq́ sinus, habeant datam proportionem. Dico quod vterq́ eorum notus reddetur. Incedat enim per G, terminum communem arcuum dictorum, & centrum circuli, Z, linea recta: vtrinq́ indefinita: diametrum tamen circuli G T, complectens. Educaturq́ semidiameter Z M: secans chordam A B, orthogonaliter, in puncto L. A punctis A & B (chordã A B, terminantibus) duæ perpendiculares A D, & B E, ad diametrum descendant. Quas constat esse duos sinus, arcuũ A G, & G B. Si itaque ipsi fuerint æquales: hoc est, proportio sinuum data, fuerit proportio æqualitatis: erit, per communẽ scientiam, arcus G B, æqualis arcui A T. Dempto igitur A B (noto per hypothesim) ex semicircumferentia nota; residui medietas, arcus scilicet B G, minor, cognitus erit. Cui si arcum A B, notum, adieceris: prodibit arcus A G, maior, cognitus. ¶ *Si verò alter sinuum, maior reliquo extiterit: sit (verbi gratia) arcus maioris, A G, sinus, maior sinu arcus minoris, B G. Abscindaturq́ ex sinu A D, linea recta K D, æqualis ipsi B E. Ducta linea*



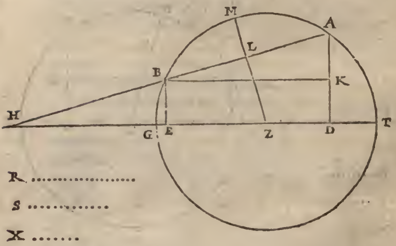
B K: quæ, per 33. primi Elementorum, æquidistabit lineæ E D. Vnde & (per 34. primi Elementorũ) angulus E B K, rectus habebitur: angulo E D K, recto existente. Et ideo angulus A B E, rectum superabit, eritq; obtusus. Producta autem linea ab A, per B, indefinita ex parte puncti B: erit reliquus angulus apud B, acutus (ex altera parte lineæ B E, constitutus.) Cumq; sit angulus B E G, rectus.



Linea dicta A B, satis porrecta, concurret cum linea T G, oportunè prolongata (per 5. postulatũ:) quod fiat in puncto H. Quoniam igitur, proportio A D, ad B E, data est: in numeris eam reperiemus: per Corollarium quintæ primi huius: qui sint R, & S. R quidem, maior numero S. Quorum differentia, sit X. Est autem (per secundam & quartam sexti, & 16. quinti Elementorum) proportio A D, ad B E (& ideo R, ad S) tanquam A H, ad H B. Quare, dis-

 iunctim,

iunctim, A B, ad B H, sicut differentia numerorum (R & S) videlicet X, ad ipsum minorē numerum, S. Cumq; tres harum quantitatum proportionalium sint datæ, nimirum numerus X, & numerus S : & Chorda A B [quam arcus suus notificat, per Tabulā sinuū, aut Chordarū. Duplicando enim sinū rectū medietatis ipsius arcus, producitur tota Chorda integri arcus] erit & quarta proportionaliū, scili-



cet linea B H, nota : per 19. primi huius. Et ideo tota A H cognita veniet. Item B L, medietas lineæ A B, notæ, non erit incognita. Vnde & linea H L, data cōparabitur. Quod igitur sub A H, & H B, continetur Parallelogrammum rectangulum (per 16. primi huius) notum erit. Ipsum autē æquatur ei quod sub T H, & H G : per 36. tertij, & primam communem animi conceptionem. Quamobrem quod sub T H, & H G continetur, notum erit. Cui si quadratū semidia-

ſemidiametri Z G, notæ, adiecerimus, reſultabit (per ſextam ſecundi) quadratum lineæ H Z, notum. Vnde & ipſa H Z linea cognoſcetur, per ſecundam primi huius. Trianguli ergo Z H L, rectanguli, duo latera Z H, & H L, nota ſunt: quare (per 27. primi huius) angulus eius, H Z L, notus erit. Cuius denique numerus, arcum G M, notum faciet. Ad quem, ſi arcum M A (medietatem ſcilicet arcus A B, dati) adiunxeris: arcum A G, notum habebis. Itemq́, ſi ex eodem arcu G M, dimidium arcum datum, reieceris, arcus B G, notus relinquetur. Quod hactenus expectauimus. ¶ Quod ſi maior duorum ſinuum, minoris fuerit arcus: vt ſi quis offerat proportionem ſinus arcus B T, ad ſinum arcus A T, cum arcu A B noto: non aliter, quàm nuperrimè, peragendum erit: doneç elicietur arcus B G cognitus. Quo dempto ex ſemicircumferentia, relinquetur arcus B T notus: cui ſi arcum A B (ex hypotheſi notum) ſubtraxeris, arcũ minorem A T, notum relinques. ¶ Operatio. Si data proportio ſinuum, fuerit, æqualitatis: ſubtrahe arcum datum ex ſemicircumferentia, & reſidui dimidium, erit arcus minor quæſitus. Cui ſi arcum datum adieceris reſultabit arcus maior. ¶ Si verò fuerit proportio inæqualitatis, & ſinus maioris arcus, maior, ſinu arcus minoris: differentiam terminorum proportionis datæ, conſtitue primum numerum: terminum autem minorẽ, pro ſecundo: & Chordam arcus dati (qui eſt differentia arcuum quæſitorum) pro tertio. Multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diuide per primum: & quod exibit, addas Chordæ dimidiæ arcus dati: collectúmque ſerua. Idem quoq́, adde toti Chordæ, arcus dati: & collectum multiplica per id quod Chordæ toti, & eius medietati addidiſti. Eíque quod producitur, quadratum ſemidiametri (ſcilicet ſinus totius) adijcias. Huius demum

Præceptum. 1.

2.

aggregati, radicem elice quadratam. Deinde quod suprà seruatum iri iussimus, per sinum totum multiplica: & productum diuide in radicem iam elicitam: ab exeuntisq; arcu, dimidium arcum datum minue: & relinquetur arcus minor quæsitus. Quem & eidem, si addideris: maiorem arcum quæsitum numerabis. ¶ *In exemplo. Ponatur proportio sinus arcus A G, ad sinum arcus B G, sicut 20. ad 13. sitq; [A B] differentia arcuum [A G, & B G] 40. graduum. Huius Chorda, est 41042. Differentia 20, ad 13, est 7. Multiplico igitur 41042, per 13, producuntur 533546. quæ diuido per 7. exeunt 76221, ferè: linea, scilicet B H. Huic addo medietatem Chordæ A B, scilicet [B L] 20521, resultant 96742, linea scilicet L H. Item colligo [B H] 76221, & [A B] 41042, veniunt 117263: [A H] quæ multiplico per 76221 [B H] procreantur 8937903123. quibus addo quadratum [G Z] (Sinus Totius) quod est 3600000000: colliguntur 12537903123. Huius radix quadrata, est 111973, ferè [ipsa H Z linea] quam seruo. Deinde multiplico [H L] 96742. per 60000 producuntur 5804520000. quæ diuido per 111973 [H Z] exeunt 51839, ferè, sinus scilicet arcus M G: per 27. primi huius. Qui (in eisdem Tabulis) erit graduum 59. scr: primorum 46. à quo arcu, aufero arcum B M, 20. graduũ: manebit arcus B G gr: 39. scr: 46. Item adde M A gr: 20. arcui M G (nuper inuento) graduum 59. scr: 46, veniunt gradus 79. scr: 46. & tantus computabitur arcus A G. Vterq; igitur arcus A G, & B G, iam cognitus habetur seorsim.*

Exemplum.

Porisma. 4.

Manifestum etiam ex istis est, Parallaxium Canones facillimè componi, vel a magnis quibusdam Mathematicis compositos, corrigi posse: Maxima, vel

(
(
bi
no

Sin
lixe, vel
intuenti,
prabebun
su fraque
praxim.
Compendiu
alijs iam essen
culo: horum h.
ercitationem, in ver
seruatis Parallaxibus.

:-
ds-
e po-
stium
,Loca,
longè
hi-
)

...um, Amici mei,
...udiosi Philosophiæ.

IO. DEE, LOND.